

Δεύτερο διαγώνισμα στις επιφάνειες  
Διάρκεια 90 λεπτά

Θέμα 1

Δίνεται η παραμετρική επιφάνεια

$$X(u, v) = \left( u + v, u - v, \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \right), (u, v) \in \mathbb{R}^2$$

- (i) Να αποδείξετε ότι η  $X$  είναι κανονική.
- (ii) Να βρείτε το εφαπτόμενο επίπεδο της παραπάνω επιφάνειας στο τυχόν σημείο της.
- (iii) Τι παριστάνει η εν λόγω επιφάνεια;
- (iv) Να εξετάσετε αν το σημείο  $A(-2, 0, 2)$  ανήκει στην επιφάνεια.
- (v) Τι παριστάνουν η  $u$ -παραμετρικές γραμμές για  $u = u_0$ ;
- (vi) Να εξετάσετε αν η αναπαράμετρηση  $\bar{u} = u + v$  και  $\bar{v} = u - v$  είναι θεμιτή.
- (vii) Να βρείτε την κάθετη ευθεία της επιφάνειας στο σημείο  $B(-2, 0, 1)$ .

Θέμα 2

Έστω η επιφάνεια  $S$  η οποία παράγεται από περιστροφή της καμπύλης  $c(t) = (1 + t, 0, t), t > 0$  περί του άξονα  $Oz$  (με γωνία περιστροφής  $\phi \in \mathbb{R}$ ).

- (i) Να βρείτε την κανονική παραμετρική παράσταση της επιφάνειας  $S$ .
- (ii) Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα  $w = (\sqrt{2}, 0, 1)$  εφάπτεται της  $S$  στο σημείο  $A(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1)$ .
- (iii) Να υπολογίσετε την απεικόνιση *Gauss* και έπειτα να χαρακτηρίσετε το είδος της εικόνας της  $S$ , δια μέσου της απεικόνισης *Gauss*. Είναι η απεικόνιση *Gauss* 1-1;

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**